

# **ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE NUEVA TECNOLOGÍA EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES**

**Irma Patricia Flores Allier**  
***Instituto Politécnico Nacional – ESIQIE***  
**Patricia Camarena Gallardo**  
***Instituto Politécnico Nacional – ESIME***  
**Enrique Arce Medina**  
***Instituto Politécnico Nacional – ESIQIE***

El presente trabajo muestra el análisis realizado al implementar nueva tecnología al curso de ecuaciones diferenciales aplicadas en la (Escuelas Superior de Ingeniería Química e Industrias Extractivas) ESIQIE del (Instituto Politécnico Nacional) IPN. Se utilizó la calculadora TI- Nspire CX CAS como herramienta tecnológica de trabajo guiada por la didáctica de la Matemática en contexto de las Ciencias, con la finalidad de promover la articulación de las representaciones semióticas de los objetos matemáticos en favor del aprendizaje autónomo, así como propiciar la creación de ambientes de trabajo en el aula para gestionar el aprendizaje significativo. Se observó una mejor comprensión, indagación e interpretación de la información, y un mayor tiempo destinado a la reflexión. Los resultados estadísticos muestran que existe diferencia significativa en el desempeño académico del grupo control con respecto al grupo testigo. Se espera que a través de este trabajo se justifique la pertinencia de incorporar esta herramienta en el proceso diario de la enseñanza y el aprendizaje en el aula.

Palabras clave: Enseñanza de la Matemática, tecnología, Matemáticas en Contexto de las Ciencias.

## **INTRODUCCIÓN**

Algunos estudios demuestran que el alumno que utiliza tecnología en su proceso de enseñanza aprendizaje tiene más tiempo para explorar, descubrir, entender y aplicar conceptos y llegar a la resolución de problemas, elevando así el nivel de pensamiento del estudiante. (Martínez C., 1996; Ramírez B., 1996; De Faria, E. 2000).

El National Council of Teachers of Mathematics desde octubre de 1996 recomienda la incorporación de la calculadora en todos los niveles de la enseñanza de matemática para: explorar y experimentar nuevas formas de enseñar con ideas matemáticas tales como patrones, propiedades numéricas y algebraicas, y funciones, así como el construir modelos, resolver problemas con datos reales y elevar el nivel de abstracción y generalización.

Para que el estudiante pueda vivir nuevas experiencias matemáticas (difíciles de lograr en medios tradicionales como el lápiz y el papel) en las que se pueda manipular directamente los objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración, Gómez (1997) considera que es indispensable utilizar la tecnología para abrir espacios. Esto es posible ya que se puede manejar dinámicamente los objetos matemáticos en múltiples sistemas de representación dentro de esquemas interactivos, lo que es fundamental para el aprendizaje de los estudiantes.

Complementariamente Duval (1992) considera importante analizar las articulaciones que hay entre los diferentes sistemas de representación semiótica, ya que Selden (1994) asevera que las dificultades que tienen los estudiantes de ingeniería para resolver problemas matemáticos no rutinarios son frecuentes.

Duval, Hitt y Kaput han discutido la pertinencia de la articulación de los sistemas semióticos de representación de los objetos matemáticos a través del uso de calculadoras e incluso software matemáticos (Duval, 1992; Hitt F., 1996; Kaput J., 1991).

La calculadora en el salón de clase es actualmente un instrumento valioso que de cierta manera elimina los cálculos lentos y complicados; sin embargo, lo importante es añadir a los ejercicios utilizados en clase aspectos que requieran algo más que el uso diestro de una calculadora (Brousseau, G. 1983). El uso de la calculadora abre nuevos horizontes, siempre y cuando se tenga la orientación y el uso adecuados.

Un punto importante a considerar al incorporar tecnología se refleja en la decisión de las metodologías o teorías de aprendizaje a utilizar en el proceso

educativo, de manera que estas permitan a los estudiantes construir sus conocimientos, asumir la responsabilidad de su aprendizaje y el desarrollo del pensamiento crítico y creativo, porque la tecnología no es un fin en sí mismo sino un medio.

Así, por la importancia de incorporar e implementar nueva tecnología al proceso de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática en el nivel superior específicamente en ingeniería, se hace necesario desarrollar trabajo de investigación encaminado a la evaluación del impacto de esta.

A través de este reporte presentamos por una lado, la metodología de trabajo para implementar nueva tecnología a la enseñanza de la matemática al utilizar como herramienta de apoyo la calculadora TI – Nspire CX CAS en la asignatura de ecuaciones diferenciales, así como los resultados estadísticos del estudio para la prueba de Student para la diferencia existente entre las medias de los rendimientos académicos obtenidos en los grupo control y testigo.

Es importante dar a conocer este trabajo ya que generalmente al implementar nuevas tecnologías en los procesos de la enseñanza y del aprendizaje, poca o nula es la información de cómo llevarlo a cabo.

## MARCO TEÓRICO

El trabajo se fundamenta en la teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias*, la cual reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias, la articulación entre la matemática y la vida cotidiana, así como la relación entre la matemática con las actividades laborales y profesionales.

La etapa de la didáctica de la Matemática en Contexto de las Ciencias es precisamente en la que se puede observar indicadores más tangibles para su seguimiento, en términos de conocimientos, habilidades, aptitudes, destrezas, valores y actitudes, con la finalidad de saber trabajar en equipo, tener conocimiento amplio de las TIC como herramientas de trabajo, reconocer y manipular objeto de estudio; estar capacitado para enfrentar y resolver cualquier problema del área profesional académicamente hablando, a pesar de que no se contempla el uso de calculadoras, ni software matemáticos o paquetes diseñados por los propios profesores (Camarena, 2001).

En base a lo anterior, se considera pertinente complementar las estrategias de aprendizaje de la didáctica de la Matemática en contexto con el apoyo de nueva tecnología.

#### Nueva Tecnología

Como herramienta de apoyo para este trabajo se utilizó la calculadora Texas TI- Nspire CX CAS que permite manipular múltiples representaciones, además de contar con un avanzado sistema de cálculo simbólico (CAS). Con esta, es posible articular representaciones gráficas, representaciones geométricas, representaciones tabulares, representación de datos numéricos en gráficas y tablas, con opción a ajuste de curvas con métodos de regresión, realizar operaciones matriciales, maneja números complejos, así como la simulación en tiempo real de procesos químicos, físicos y termodinámicos a través del uso de los sensores de temperatura, movimiento, concentración,

presión, pH, intensidad luminosa, intensidad de corriente y más brindándole un lugar muy exclusivo como tecnología de punta en el aula y el laboratorio.

Por ejemplo, en la figura 1 se observa por separado la representación analítica y gráfica de una función compuesta entre una recta con pendiente positiva a 45 grados y una parábola que abre hacia el lado izquierdo que muestra un editor de ecuaciones y un graficador.

Representación analítica

$$y = \begin{cases} \sqrt{-x} & x \leq 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

Representación gráfica

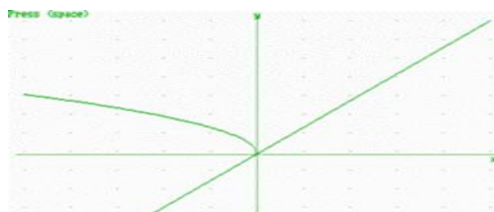


Figura 1. Representación gráfica y analítica de la función  $y = \begin{cases} \sqrt{-x} & x \leq 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$

Sin embargo, estas mismas representaciones pueden apreciarse conjuntamente en la pantalla de la calculadora TI – Nspire CX CAS como se aprecia en la figura 2, con la ventaja de identificar, registrar y manipular analíticamente los principales puntos del análisis de la función, mejorando el proceso de visualización de estas representaciones para el alumno.

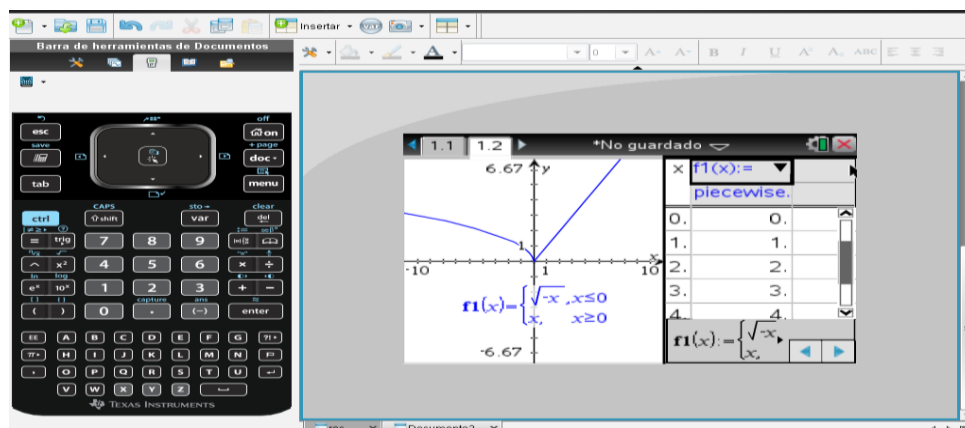


Figura 2. Representación gráfica y analítica de “y” en la calculadora TI –Nspire CX CAS

Adicionalmente se puede hacer uso del Sistema TI –Nspire CX Navigator que permite navegar entre hasta 30 calculadoras simultáneamente en el aula con lo que el proceso de aprendizaje de los alumnos es dosificado de mejor forma dando inclusive a cada alumno atención personalizada. La figura 3 muestra un grupo de alumnos trabajando simultáneamente con aplicaciones a funciones en el sistema Navigator.



Figura 3. Alumnos trabajando con el sistema Navigator

## METODOLOGÍA

El trabajo de investigación consistió en una intervención metodológica basada en la didáctica de la Matemática en Contexto de las Ciencia, donde se condujo la intervención en tres etapas.

La muestra estuvo conformada por el grupo control con 29 alumnos estudiantes de ingeniería química de la ESIQIE que cursaron la asignatura de ecuaciones diferenciales aplicadas.

En la etapa de andamiaje el grupo control manipuló en un primer acercamiento la calculadora TI- Nspire CX CAS de tal manera que pudiesen realizar cálculos analíticos y la graficación correspondiente de los conceptos estudiados, como se observa en la figura 4.

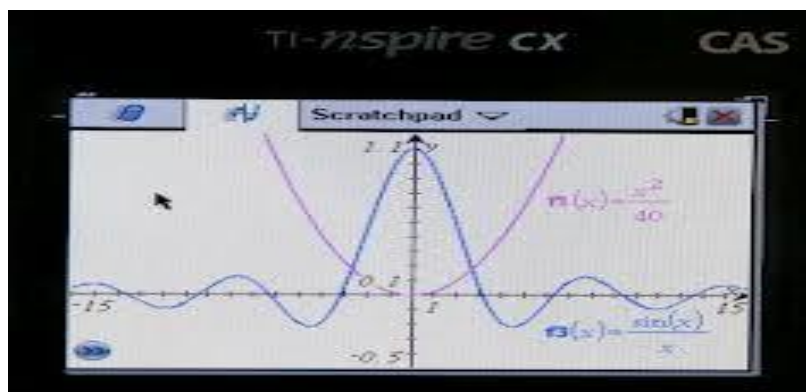


Figura 4. Representación gráfica en la calculadora TI –Nspire CX CAS

Cabe aclarar que cada uno de los alumnos contó con una calculadora para su uso personal la cual le fue facilitada cada una de las sesiones de clase. Lo anterior fue posible ya que la ESIQIE cuenta con un soporte tecnológico de más de 90 calculadoras en sus tres departamentos para uso del alumnado.

Posteriormente en la segunda etapa, una secuencia didáctica para la asignatura de ecuaciones diferenciales aplicadas se presentó al grupo control con actividades complementarias a manera de repaso y retroalimentación para lograr la visualización de conceptos matemáticos en diferentes representaciones semióticas. El propósito fue fomentar el atractivo intrínseco de las tareas de aprendizaje y lograr que éste fuese significativo. Se buscó activar la curiosidad y el interés del alumno en el contenido del tema a tratar, al utilizar las herramientas aprendidas en la calculadora y visualizar diferentes formas del concepto.

Para ello se presentó la información nueva en forma sorprendente y poco rutinaria a través de representaciones gráficas principalmente. En esta etapa se observó una reducción de tiempo de ejecución por un mayor tiempo de reflexión por parte del alumno.

Adicionalmente se realizó programación básica con la calculadora, para crear programas de resolución de la aplicación de las ecuaciones diferenciales a mezclas y enfriamiento de Newton. La figura 5 muestra la imagen de una aplicación de la calculadora TI- Nspire CAS a la resolución de las ecuaciones diferenciales utilizando el software de la misma, pudiéndose instalar éste tanto en un ordenador como una lapto para trabajar fácilmente en aplicaciones de Windows.

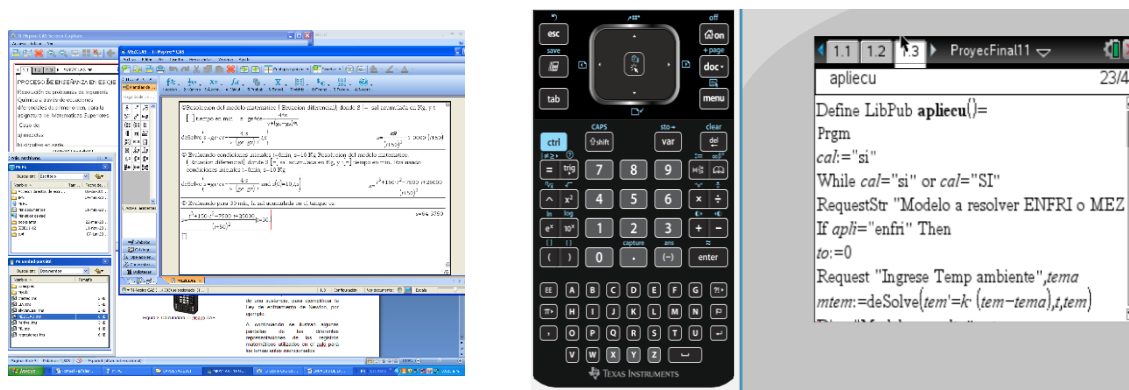


Figura 5. Utilización del software de programación de la calculadora TI- Nspire CX CAS para resolver problemas de mezclas.

Finalmente en la última etapa se realizaron demostraciones en tiempo real de las aplicaciones a las ecuaciones diferenciales a través del uso de los sensores (en este caso de temperatura, intensidad luminosa y pH), lo que permitió observar los fenómenos estudiados en clase. De esta manera, en el aula el alumno pudo apreciar un calentamiento y enfriamiento de una sustancia para ejemplificar la Ley de enfriamiento de Newton, las curvas de saturación de soluciones como ejemplo de mezclas y la disminución de la intensidad de luz de una fuente luminosa a través de un tubo), Ver figura 6



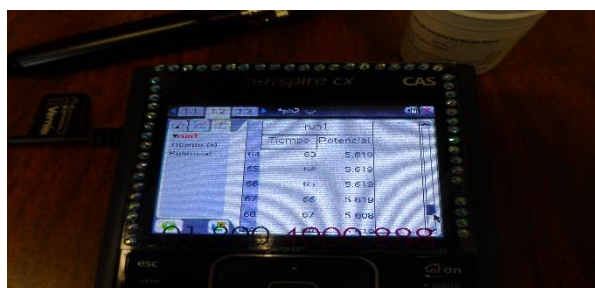


Figura 6. Alumnos realizando la experimentación en tiempo real de alcalinidad de una mezcla, registro de intensidad luminosa en un tubo y presentación de los datos registrado por los sensores en la Calculadora TI- Nspire CX CAS.

## DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para realizar el estudio de la implementación de nueva tecnología en el proceso de aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, se realizó un análisis estadístico de los rendimientos académicos de los grupos control y testigo, a través de la prueba de Student para dos medias con varianzas desconocidas.

La intención fue demostrar que existió diferencia significativa entre el rendimiento académico de las poblaciones del grupo control y el grupo testigo después de implementada la nueva tecnología en la primera población.

Para esto la pregunta de investigación es:

¿Existe diferencia en el rendimiento académico del grupo control y el grupo testigo después de implementada la nueva tecnología?

Modelo estadístico para la pregunta de investigación.

H<sub>0</sub>: El rendimiento académico del grupo control es el mismo que el rendimiento académico del grupo testigo.

H<sub>1</sub>: El rendimiento académico del grupo control es diferente que el rendimiento académico del grupo testigo.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_0: \mu_1 \neq \mu_2$$

Las medias y las desviaciones de las muestras son:

$$\bar{X}_1 = 4.03 \quad S_1 = 2.309 \quad n_1 = 40$$

$$\bar{X}_2 = 6.51 \quad S_2 = 2.383 \quad n_2 = 29$$

Cálculo del valor observado para varianzas desconocidas

$$Sp^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{39 * 2.309^2 + 28 * 2.38^2}{40 + 29 - 1} = 0.725$$

$$tc = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - [\mu_1 - \mu_2]}{\sqrt{\frac{Sp^2}{n_1} + \frac{Sp^2}{n_2}}} = \frac{4.03 - 6.51 - 0}{\sqrt{\frac{0.725}{40} + \frac{0.725}{29}}} = -8.286$$

$$gl = n_1 + n_2 - 2 = 40 + 29 - 1 = 68$$

El valor crítico correspondiente a  $gl = 68$  y  $\frac{\alpha}{2} = 0.025$  es  $tc = 1.994$

El valor observado queda en la región de rechazo de  $H_0$ , aceptándose  $H_1$ , por lo que se puede concluir que el rendimiento académico del grupo control es diferente al grupo testigo.

## CONCLUSIONES

Los resultados muestran que existió diferencia significativa entre el rendimiento académico del grupo control al cual se realizó la implementación de la nueva tecnología representada por la calculadora TI –Nspire CX CAS, con respecto al rendimiento académico del grupo testigo que no recibió dicha implementación.

Se considera que la implementación de la nueva tecnología de cálculo dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales promueve una nueva forma de aprendizaje dentro del aula, en tiempo real y con eventos contextualizados, lográndose: Utilizar patrones, propiedades numéricas y algebraicas de conceptos básicos que en ocasiones no tienen sentido para los estudiantes.

Se propició construir y visualizar modelos matemáticos propios de la carrera de ingeniería química, resolver problemas con datos reales, elevar el nivel de abstracción y generalización y manipular directamente los objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración

El uso de la calculadora TI- Nspire CAS permite crear ambientes de trabajo en el aula con una gran variedad de posibilidades en relación al manejo de representaciones matemáticas, que pueden ser articuladas con facilidad.

La versatilidad de tener en un mismo instrumento móvil como lo es esta herramienta tecnológica la visualización de varias representaciones semiótica, gráficas, tratamiento a tablas y datos, manejo analítico de funciones,

programación de procesos, librerías e incluso la posibilidad de imprimir y transferir información a PC's, laptops y calculadoras similares, así como contar con un software en ambiente windows; y sobre todo de contar con sensores para representar en tiempo real fenómenos termodinámicos, físicos y químicos, abre una gama de posibilidades para que los docentes mejoren sus estrategias de enseñanza y aprendizaje.

## Bibliografía

- Brousseau, G. 1983. "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques". RDM, vol. 4, no. 2. Grenoble.
- Camarena, P. G., (2001). *Reporte del proyecto de investigación titulado: La matemática en el contexto de las ciencias, la resolución de problemas*. ESIME-IPN.
- De Faria, E. 2000. "La tecnología como herramienta de apoyo a la generación de conocimiento". Revista Innovaciones Educativas. San José: Editorial EUNED, año VII, número 12, 79-85.
- Duval, R. 1992. "Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée". Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. IREM Strasbourg.
- Gómez, P. 1997. "Tecnología y Educación Matemática". Página Web <http://www.uniandes.edu.co>
- Hitt F. (1996), "Sistemas Semióticos de Representación del concepto función y su relación con problemas epistemológicos", Investigación en matemática educativa, CINVESTAV, p.245-264.
- Kaput J. (1991), "Notations and representations", ed. Radical Constructivism in Mathematics Education, Kluwer Academic Publishers, p. 33-37.
- Martínez C. 1996. "Explorando transformaciones de funciones con una calculadora gráfica". Memoria Décima Reunión Centroamericana y Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Puerto Rico.
- National Council of Teachers of Mathematics Professional Standards for Teaching Mathematics, , Octubre 1996.

Ramirez B., K. Wayland 1996. "La calculadora TI-92 y su impacto en la enseñanza de ciencias y matemáticas". Memoria Décima Reunión Centroamericana y Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Puerto Rico.

Selden J, A. (1994), "Even good students can't solve no routine problems", Journal of Mathematical Behavior, p. 19-36.