

Construcción de categorías de conceptos semilla en las ciencias

Patricia Camarena Gallardo

Instituto Politécnico Nacional

Irma Patricia Flores Allier

Instituto Politécnico Nacional

Edwin Ríos Briceño (estudiante)

Universidad Autónoma de Yucatán

Resumen

Se presenta una primera parte de un proyecto de investigación, donde se muestra el proceso metodológico seguido para construir categorías construcción del conocimiento científico en conceptos semilla, los cuales en una segunda parte de la investigación serán la base para diseñar objetivos de aprendizaje con su correspondiente evaluación. La investigación se fundamenta en la teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias*, la cual pertenece a la línea de investigación denominada Matemática Social. Para el desarrollo de esta parte de la investigación se trabaja con el concepto semilla de la variación, ya que es un elemento del currículo oculto y necesario para la construcción de conocimiento de la matemática superior. Los resultados de la investigación muestran cuatro categorías de construcción de conocimiento del concepto de variación, donde se identifica la necesidad de vincular y establecer la modelación matemática como eje rector en la variación. Las categorías son: Variable, Función como modelo matemático, Predicción, Lenguaje variacional.

Palabras clave: Categorías, concepto semilla, Matemática en el Contexto de las Ciencias.

INTRODUCCIÓN

Los docentes de las ciencias básicas (física, química, matemáticas) en el nivel superior, cuando imparten un curso por primera vez, enfrentan conflictos con el currículo de la profesión donde laboran, ya que los programas de estudios son una lista temática que cada quien interpreta según su personal punto de vista (Camarena, 2002). En particular, en las ciencias básicas existen conceptos que subyacen implícitos en las temáticas curriculares y el docente requiere de experiencia en la disciplina y en la docencia para identificarlos. Uno de éstos son los llamados conceptos semilla, los cuales son la base para constituir a los conceptos científicos incluidos en las profesiones (Camarena, 2010). Los conceptos semilla son aquellos

sobre los que giran otros conceptos científicos y no son necesariamente propios de la ciencia de los conceptos. Por ejemplo, para el caso de la matemática, un concepto semilla es la variación, la cual está inmersa en todas las asignaturas de la llamada matemática superior; si el estudiante no ha construido este concepto semilla, difícilmente podrá construir el conocimiento de los conceptos matemáticos que lo requieren.

Así, por la importancia del concepto semilla, que es un concepto que se localiza en el currículo oculto ya que en ningún programa de estudios está incorporado de forma explícita y se espera que el estudiante lo domine, se hace necesario desarrollar trabajo de investigación encaminado a la construcción y evaluación de éste.

A través del presente reporte presentamos una primera parte de una investigación mayor, en el área de la Matemática Social, el cual corresponde a la construcción de categorías para la construcción del concepto de variación, las cuales en una segunda etapa de la investigación se usarán, junto con sus identificadores e indicadores, para definir los objetivos de aprendizaje de conocimiento científico y sus correspondientes conceptos semilla, acordes al currículo en tratamiento, así como los procesos de evaluación del aprendizaje correspondiente.

El *objetivos de la investigación* es construir de forma metodológica las categorías para el desarrollo del conocimiento del concepto de variación.

Se considera importante dar a conocer esta parte de la investigación ya que generalmente se presentan los procesos acabados sin dar luz a los lectores de cómo se realizan los procesos de construcción. En ese sentido, el presente documento aporta procesos metodológicos para el desarrollo de categorías de conceptos semilla.

MARCO TEÓRICO

La investigación se fundamenta en la teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias*, la cual reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias, la articulación entre la matemática y la vida cotidiana, así como la relación entre la matemática con las actividades laborales y profesionales. La teoría se ha desarrollado dentro de la línea de investigación denominada Matemática Social, donde se mira al proceso del aprendizaje y la enseñanza como un sistema en donde intervienen cinco fases (Camarena, 2008): curricular, desarrollada desde 1984; didáctica, iniciada desde 1987; epistemológica, abordada en 1988; docente, definida en 1990 y la cognitiva, estudiada desde 1992. La investigación presente incide en la fase epistemológica de la teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias*, la cual se describe brevemente a continuación.

Entre muchas otras investigaciones, en la *Fase Epistemológica* se muestra que así como los contextos de otras ciencias le dan sentido y significado a la matemática, ésta, le da sentido y significado a los temas y conceptos de las ciencias del contexto, reconceptualizándolos (Muro, 2002; Camarena, 1987).

En esta fase, también se ha determinado un constructo teórico denominado transposición contextualizada (figura 1); en donde la matemática que han aprendido los estudiantes en la escuela sufre transformaciones para adaptarse a la forma de trabajar otras ciencias (Camarena, 2001), como el caso de la delta de Dirac para modelar una señal eléctrica impulsiva.

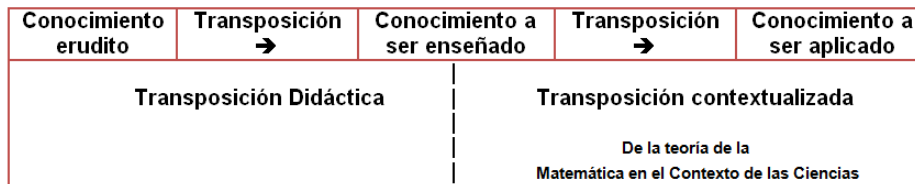


Figura 1. Transposiciones.

Otra vertiente de la fase epistemológica de la teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* es el análisis de los conceptos científicos desde diversas perspectivas, como el caso que ocupa esta presentación, donde se describen las categorías, identificadores e indicadores de un concepto para el aprendizaje y la posterior evaluación de éste.

METODOLOGÍA

La metodología de investigación es de tipo documental donde la muestra de estudio son investigaciones en el área de educación matemática que inciden en el concepto de variación. *El método de trabajo* es uno de los proporcionados en la fase epistemológica de la teoría de la *Matemática en el contexto de las Ciencias*, donde depende de qué se busca para saber con qué ojos mirar los documentos, en este caso se trata de ir agrupando los elementos que se han identificado en tales investigaciones, como son los que ayudan a la construcción del concepto, considerando semejanzas y diferencias para formar agrupaciones y luego con éstas, formar categorías.

Una categoría se forma con palabras tipo y símbolos que describen propiedades del concepto, donde estas palabras o símbolos son los representantes de la categoría. Luego se emplea el método de reducciones comparativas, comparar las categorías formadas y reagrupar algunas de éstas y así sucesivamente. A medida que el

proceso continúa, las categorías se hacen más explícitas, produciendo reducciones en el número de categorías. El proceso de agrupación de datos termina cuando todas las categorías representan diferentes propiedades del concepto, entonces se dice que se llega a una fase de saturación, ésta se alcanza cuando los datos no sugieren nuevas categorías y entonces se considera que la investigación es teóricamente estable (Glaser y Strauss, 2006).

La muestra está formada por investigaciones que son reportadas en revistas, tesis y reportes institucionales de investigación.

De las revistas se tomó la más antigua dedicada a publicar artículos de investigación en educación matemática: "Educación Matemática" de la Editorial Santillana.

Las tesis se buscaron en las dos instituciones que se dedican a posgrados de maestría y doctorado en educación matemática: el CINVESTAV y el CICATA-IPN.

De los reportes de investigaciones se tomaron tres referencias, una nacional y dos internacionales: Los estados del conocimiento en educación matemática de la última década del COMIE (2013), los reportes del International Group for the Psychology of Mathematics Education y los trabajos de la Red Internacional de Investigación MaCoCiencias.

En las tres fuentes citadas se identificaron aquellas que abordan el aprendizaje del concepto de variación ya sea de forma explícita o implícita, este último caso se identifica cuando el autor aborda los conceptos que están íntimamente relacionados con este concepto semilla, como son las funciones, tanto de una como varias variables y toda operación matemática que se realiza con éstas.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Se inicia con la búsqueda de elementos asociados a la variación en los documentos de la muestra, en la figura 2 se muestran algunos ejemplos de resultados.

- La noción de variable se construye en forma correlacional, es decir, se requiere de establecer relaciones primarias entre objetos o procesos cambiantes. La idea de variable deriva de acciones y experiencias en donde hay que establecer relaciones y comparaciones, en donde el tiempo juega un papel importante (Gómez, 2007).
- Usos de la variable en el contexto escolar: como incógnita, como número generalizado y como relación funcional (Ursini, 1994).
- La necesidad de utilizar símbolos, por parte de los estudiantes, para generalizar una relación entre cantidades y expresar esa generalización en lenguaje formal, favorece el tránsito de la aritmética al álgebra de manera menos difícil, además de contribuir de esta manera a desarrollar la comprensión de la noción de variable (Keiran *et al*, 1990).
- Introducción de la noción de variable a través de patrones de exploración. La idea es, dado un modelo (gráfico, tabla de datos, etc.), los alumnos mediante la exploración, pueden determinar la regularidad que presenta el modelo haciendo una descripción verbal de su comportamiento construyen su generalización empleando símbolos algebraicos (English y Warren, 1998).

Figura 2. Ejemplos de elementos asociados a la variación.

A partir de los resultados se obtienen elementos relacionados con el concepto de variación como los que se muestran en la primera columna de la figura 3.

Elementos asociados a la variación	Categorías incipientes
1. Variable	Variable
2. Proporcionalidad entre variables	Variable
3. Variables y constantes implícitas y explícitas	Contexto
4. Variar parámetros	Registros de representación
5. Identificar patrones en datos	Función
6. Identificar la variable dependiente e independiente	Función
7. Decir cómo varían las variables	Función
8. Dar sentido a las variables en el evento	Contexto
9. Transitar entre registros	Registros de representación
10. Predicción	Contexto
11. Exploraciones gráficas y numéricas	Registros de representación
12. Dado un modelo matemático identificar el tipo de fenómeno	Contexto y Actividades
13. Identificar y analizar el comportamiento de manera local y global de funciones para estudiar fenómenos que involucran cambio	Función
14. Comparar estados (seguidos e inicial y final)	Función
15. Lenguaje del cambio (cambió poco, cambió mucho)	Lenguaje
16. Tendencias en el comportamiento	Función

Figura 3. Elementos asociados al concepto de variación.

Como se puede observar, de los resultados se identificó que dichos elementos son de diferente naturaleza, por lo tanto se procedió a agruparlos dando una clasificación

que determina categorías incipientes, como se identifica en la segunda columna de la figura 3.

La literatura revisada proporciona elementos específicos del aprendizaje del concepto de variación, pues cada una de las investigaciones incide en un aspecto de éste, a excepción del trabajo "Epistemología de lo variacional" (Camarena *et al*, 2012) de la Red MaCoCiencias, donde trabajan la matemática en contexto, éste posee un enfoque hacia la modelación matemática, por la cual se decidió analizarlo por separado. En esta investigación el concepto de variación está asociado a la modelación matemática, con lo cual se engloban todos los elementos que conforman al concepto, esto de acuerdo a las categorías incipientes. Los autores de "Epistemología de lo variacional" mencionan que para conocer la naturaleza de la variación en la modelación matemática de procesos dinámicos, es necesario tomar en cuenta desde las nociones embrionarias del concepto de variación con un enfoque matemático, que permita la identificación de los elementos que hacen presencia en procesos variantes, con ello definen identificadores de la variación en la modelación matemática, como se muestran en la figura 4.

Identificadores de la variación en la modelación matemática	
I.	Identificación de lo que varía
II.	Dependencia de un elemento asociado a otro
III.	Concepción de variable
IV.	Cómo varía una variable respecto a otra
V.	Función
VI.	Predicción
VII.	Identificadores de la modelación matemática
i.	Identificar variables y constantes del problema, se incluye la identificación de lo que varía y lo que permanece constante, ya sea de forma implícita o explícita.
ii.	Establecer relaciones entre éstas a través de los conceptos involucrados en el problema, implícita o explícitamente, ya sean del área de la matemática o del contexto.
iii.	Validar la "relación matemática" que modela al problema, para lo cual hay que regresarse y verificar que involucre a todos los datos, variables y conceptos del problema. Dependiendo del problema, algunas veces se puede validar el modelo matemático a través de ver si la expresión matemática predice la información otorgada o la información experimental. En otros casos, para validar el modelo, es necesario dar la solución matemática para ver que se predican los elementos involucrados.

Figura 4. Identificadores de la variación en la modelación matemática.

Luego, se procede a efectuar un contraste entre las categorías incipientes y el estudio sobre "Epistemología de lo variacional". Este análisis comparativo, consistió en identificar diferencias y similitudes (intersecciones) entre los resultados encontrados en ambos casos. Lo anterior con el propósito de identificar y unificar categorías. Para presentar la idea general del análisis comparativo, y hacer más explícito y detallado este análisis (ver figura 5), se describe brevemente los pasos de la secuencia realizada, ya que los posteriores son análogos.

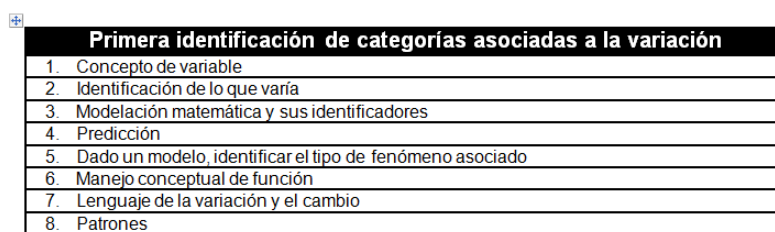
1	3	10, (1)
2	4	8, 10
7	1	10, (2)
3, 6, 8	2	10, (3)
4, 9, 11	2, 10 (a)	AC
5, 13	10, 11	AC
10	6	10, (4)
12	4	10, (5)
14	4	10, (5)
16, 18, 19, 20	5	10, (6)
15	5	10, (7)
	10, 11, 12, 13	AC
	10, 11, 12, 13	10
	10, 11, 12, 13	10

Figura 5. Tabla comparativa.

Respecto a la figura 5, en el primer renglón, se observan los números 1 y 3, los cuales corresponden al concepto de variable, de acuerdo a la numeración que aparece en las figuras 3 y 4, respectivamente. Éstos conforman la primera categoría asociada a la variación, identificada como "concepto de variable".

En el tercer renglón se aprecian los números 7 y 1, los cuales corresponden a cómo varían las variables y a la identificación de lo que varía, de acuerdo a la numeración que aparece en las figuras 3 y 4, respectivamente. Éstos constituyen la segunda categoría asociada a la variación, señalada como "identificación de lo que varía". Como se mencionó anteriormente, los demás renglones son analizados e interpretados de manera análoga.

A partir del contraste de resultados realizado anteriormente, se lograron identificar 8 categorías asociadas a la variación, ver figura 6.



Primera identificación de categorías asociadas a la variación	
1.	Concepto de variable
2.	Identificación de lo que varía
3.	Modelación matemática y sus identificadores
4.	Predicción
5.	Dado un modelo, identificar el tipo de fenómeno asociado
6.	Manejo conceptual de función
7.	Lenguaje de la variación y el cambio
8.	Patrones

Figura 6. Primera identificación de categorías asociadas a la variación.

Los elementos que dan origen a las categorías constituyen los identificadores de éstas y otros más los indicadores asociados a los identificadores; por la extensión del trabajo, es imposible mostrar los identificadores e indicadores, así como su proceso de construcción. Una vez ya señaladas las categorías asociadas a la variación, se procedió a establecer una caracterización de identificadores e indicadores del concepto. Durante la realización de este proceso se aprecia que en más de una categoría aparecen repetidos (implícitamente y explícitamente) identificadores e indicadores. Además, éstos se perciben de manera integrada, pues era prácticamente imposible enfocarse exclusivamente a un indicador sin incidir en otros indicadores. Estas condiciones dan cuenta de que es necesario reconocer que la información con la que se está trabajando es bastante delicada, en el sentido de que las categorías establecidas resultaron, de una u otra manera, estar íntimamente relacionadas una con otras y que difícilmente se podrían estudiar por separado. Situación por la cual se analizaron de manera puntual dichas categorías para llevar a cabo una reducción de categorías, obteniendo como resultado una reducción de categorías (ver figura 7), que consta de 5 categorías asociadas a la variación.

Reducción de categorías	
1.	Concepto de variable
2.	Manejo conceptual de función
3.	Predicción
4.	Lenguaje <u>variacional</u>
5.	Modelación matemática

Figura 7. Reducción de categorías asociadas a la variación.

De acuerdo a la reducción se establecieron de nuevo identificadores e indicadores asociados a la variación en cada una de las categorías. Sin embargo, en esta ocasión, se percibió que los indicadores de las categorías: concepto de variable, manejo conceptual de función y predicción, están muy relacionados (intersecciones) entre sí. Lo anterior, en el sentido de que al estudiar por separado cada una de las categorías y mantener constantes las demás, la estudiada se ve también influenciada y afectada por ellas, motivo por el cual al querer estudiarlas como ajenas entre sí se presentaban problemas de incongruencia.

Además, los indicadores de las categorías: concepto de variable, manejo conceptual de función y predicción, están fuertemente asociados a los indicadores de la categoría modelación matemática, como se observa en la figura 8.

Identificadores de la modelación matemática	Categoría de influencia
Identificar variables y constantes del problema, se incluye la identificación de lo que varía y lo que permanece constante, ya sea de forma implícita o explícita.	Concepto de variable
Establecer relaciones entre éstas a través de los conceptos involucrados en el problema, implícita o explícitamente, ya sean del área de la matemática o del contexto.	Manejo conceptual de función
Validar la "relación matemática" que modela al problema, para lo cual hay que regresarse y verificar que involucre a todos los datos, variables y conceptos del problema.	Predicción

Figura 8. Categorías de influencia en la modelación matemática.

Además, las otras categorías también ejercen influencia en los identificadores, aunque en menor grado. Por ejemplo, con respecto al segundo identificador de la figura 8, el análisis permite vislumbrar que, para los fines perseguidos por el presente estudio, no interesa considerar todo el contenido asociado al concepto función, ya

que por ejemplo, abordar aspectos referentes a su definición conjuntista, carecería de poco interés y significado en los procesos de modelación matemática. En este mismo sentido, lo relacionado al estudio del concepto de función se desarrollará apelando a la noción de variación y en consecuencia a mirarlo como un modelo matemático con sentido dinámico, que permita su uso para matematizar eventos contextualizados que poseen variación. De esta manera, la categoría manejo conceptual de función, adopta un nuevo enfoque y es vista desde una perspectiva variacional, entendiéndola en un primer momento como un modelo matemático, y desde allí construir puentes que permitan entenderla como un objeto matemático analítico. Así, eliminando aspectos que no interesaban del concepto función y entendiendo dicho concepto desde una perspectiva variacional, la segunda categoría es examinada y reformulada, quedando finalmente como: "El concepto de función como modelo matemático desde una perspectiva variacional".

Con base en los resultados del análisis realizado, de manera específica tomando en cuenta las conexiones y relaciones presentes entre los identificadores de la modelación matemática y las categorías: concepto de variable, el concepto de función como modelo matemático desde una perspectiva variacional y la predicción, se tomó la decisión de ya no considerar a la modelación matemática como una categoría, sino como el eje central de estudio.

Además, como el proceso de modelación matemática consta de tres momentos (Camarena, 2009), conformados con sus respectivos identificadores, los cuáles son puestos en sintonía con las categorías: concepto de variable, el concepto de función como modelo matemático desde una perspectiva variacional y la predicción. También se identifica que el lenguaje variacional está presente y vinculado en cada uno de los

momentos de dicho proceso. En la figura 9, se puede apreciar la reducción final de las categorías establecidas.

La Modelación Matemática
I. Concepto de variable
II. El concepto de función como modelo matemático
III. Predicción
IV. Lenguaje variacional

Figura 9. Categorías de variación con eje rector la modelación matemática.

CONCLUSIONES

A través del desarrollo de la investigación se puede ver que la variación está totalmente relacionada con la modelación matemática de eventos contextualizados, su estudio aislado de una matemática contextualizada no tiene sentido.

Como la modelación matemática es un concepto que no se explicita en los programas de estudio de carreras de ingeniería y se espera que el futuro ingeniero lo domine, es natural que al haber encontrado esta íntima relación entre variación y modelación matemática, tampoco se explicita el concepto de variación en los programas de estudio.

Por otro lado, una de las problemáticas presentes en el nivel universitario es que la evaluación de los aprendizajes no cuenta con parámetros ni criterios objetivos y explícitos que permitan evaluar los conocimientos que el estudiante ha construido, además de que en algunas ocasiones no se correlaciona la evaluación con los objetivos de aprendizaje (Camarena, 2010). Si el docente cuenta con las categorías de construcción del conocimiento, así como con sus identificadores e indicadores, la evaluación puede ser más justa y verídica.

Finalmente, este reporte da a conocer el proceso metodológico seguido para establecer las categorías de un concepto semilla con la línea de pensamiento de la teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* dentro de la Matemática Social, una matemática con sentido y utilidad para la sociedad.

BIBLIOGRAFÍA

- Camarena G.P. (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos*. Tesis de Maestría en Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México.
- Camarena G. P. (2001). *Las Funciones Generalizadas en Ingeniería, construcción de una alternativa didáctica*. Colección de investigaciones, Editorial ANUIES.
- Camarena G.P. (2002). Metodología curricular para las ciencias básicas en ingeniería. *Revista Innovación Educativa*, 2(10 y 11), 22-27 y 4-11.
- Camarena G.P. (2008). Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. *Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas*, Conferencia Magistral, 83-107, Perú.
- Camarena G. P. (2009). Mathematical models in the context of sciences. *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*. 461 (117-132), Denmark.
- Camarena G.P. (2010). Reporte técnico de investigación titulado: *Procesos metodológicos que identifican competencias matemáticas*. Registro: SIP-IPN 20090244, Editorial ESIME-IPN, México.
- Camarena G. P. y Flores A. I. (2012). Epistemología de lo variacional. *Memorias del XIII Simposium Internacional: Aportaciones de las Universidades a la Investigación y Tecnología*, México.
- COMIE (2013). *Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México*. Coordinadores: Carrasco A, Gómez A, Guerra T, López G, Ramírez J. COMIE-ANUIES
- English, L. y Warren, E. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *The mathematics teacher*. 91 (2), 166-170.
- Glaser B. y Strauss A. (2006). *The Discovery of Grounded Theory: Strategies for qualitative research*, Aldine de Gruyter, USA.

- Gómez J. (2007). *La construcción de la noción de variable*. Tesis doctoral no publicada. CINVESTAV-IPN, México.
- Kieran, C., Booker, G., Filloy, E., Vergnaud, G. & Wheeler, D. (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. En P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.). *Mathematics and Cognition* (96-112). International Group for the Psychology of Mathematics Education, USA.
- Muro U. C. y Camarena G. P. (2002). La serie de Fourier en el contexto del proceso de transferencia de masa. *The Mexican Journal of Electromechanical Engineering*, 6(4), 159-165.
- Ursini S. (1994). Los niños y las variables. *Revista Educación Matemática*. 6(3), 90-108.